

数 学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの設問について解答せよ。ただし，Ⅰ，Ⅱについては問題文中の にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお，解答が分数になる場合は，すべて既約分数で答えること。

Ⅰ

〔1〕 次の表は，ある年の7月1日から7月6日までのA市とB市の14時の気温(℃)を記録したものとする。

表 7月1日～7月6日の気温

市 \ 日	1	2	3	4	5	6
A市	36	26	28	24	a	38
B市	32	34	34	34	32	32

A市の6日間の平均気温が31℃とすると7月5日の気温は $a =$ ア ℃である。このとき，分散は イ ，中央値は ウ ℃，第1四分位数は エ ℃となる。

A市とB市の6日間の気温の共分散は オ であるから，これらの間には カ の相関関係がある。 カ は次の選択肢から正しいものを1つ選び記号で答えよ。

【選択肢】 あ 正 い 負

ここで，改めてA市のデータを確認したところ，7月1日の気温が実際は3℃低く，7月4日の気温は3℃高かったことが判明し，修正をすることとなった。この結果，修正前と比べて，平均気温は キ 。分散は ク 。 キ ， ク は次の選択肢から正しいものを1つ選び記号で答えよ。

【キの選択肢】 あ 高くなる い 変わらない う 低くなる

【クの選択肢】 あ 大きくなる い 変わらない う 小さくなる

〔2〕 関数 $f(x) = 8^{x+1} + 8^{-x+1} - 63(2^{x+1} + 2^{-x+1}) + 50$ を考える。

$t = 2^x + 2^{-x}$ とおくと、 t を用いると $8^x + 8^{-x} = \boxed{\text{ケ}}$ と表される。

さらに、 $f(x)$ を t を用いて表すと $\boxed{\text{コ}}$ となる。

t の値の範囲は $t \geq \boxed{\text{サ}}$ であるため、 $f(x)$ は $t = \boxed{\text{シ}}$ のとき
最小値 $\boxed{\text{ス}}$ をとる。また、 $t = \boxed{\text{シ}}$ のとき、 $x = \boxed{\text{セ}}$, $\boxed{\text{ソ}}$
となる。ただし、 $\boxed{\text{セ}} < \boxed{\text{ソ}}$ とする。

〔3〕 $OA = 2$, $OB = 3$, $\cos \angle BOA = -\frac{1}{4}$ である $\triangle OAB$ の内接円の中心を P と

する。また、直線 OP と辺 AB の交点を Q とするとき、

$\overrightarrow{OQ}$ を $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ を用いて表すと、 $\overrightarrow{OQ} = \boxed{\text{タ}} \overrightarrow{OA} + \boxed{\text{チ}} \overrightarrow{OB}$ である。

また、 AB , AQ の長さはそれぞれ、 $AB = \boxed{\text{ツ}}$, $AQ = \boxed{\text{テ}}$ である
ことより $\overrightarrow{OP}$ を $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ を用いて表すと、 $\overrightarrow{OP} = \boxed{\text{ト}} \overrightarrow{OA} + \boxed{\text{ナ}} \overrightarrow{OB}$
である。

さらに、 $\triangle OAB$ の面積を S とすると、 $S = \boxed{\text{ニ}}$ であるから、内接円の
半径を r とすると、 $r = \boxed{\text{ヌ}}$ である。

Ⅱ ある企業では、同じ製品を工場 A と工場 B で製造している。工場 A では全体の x % を製造し、工場 B では残りの $(100 - x)$ % を製造している ($0 \leq x \leq 100$)。

工場 A では、製造する割合が増えるごとに、品質基準を満たさない製品 (= 不良品) の割合も上がり、 $\left(1 + \frac{1}{25}x\right)$ % の不良品が製造される。工場 B では、製造する割合にかかわらず不良品の割合は一定で、5 % の不良品が製造される。

良品か不良品かは、出荷前に検査装置によって判定される。この装置には以下の特性がある。

- ・不良品を「不良品」と正しく判定する確率は 90 %
- ・良品を「不良品」と誤って判定する確率は 5 %

不良品を出荷してしまった場合、返品等に対応しなければならず、1 個当たり 2000 円の損失となる（このことを回収コストという）。良品が「不良品」と誤って判定された場合、その製品は廃棄されてしまうため、1 個当たり 1000 円の損失となる（このことを機会損失コストという）。

工場 A では製品を 1 個検査するのに 15 円、工場 B では製品を 1 個検査するのに 12 円かかる（このことを検査コストという）。また、検査をしない場合、不良品を含めてすべての製品が出荷されるものとする。

〔1〕 工場 B で製造される 10000 個の製品に対して検査をするとき、検査で「不良品」と判定される製品の数を知りたい。

まず、ここに含まれる不良品の数は 個であり、そのうち検査で正しく「不良品」と判定される製品の数 個となる。それに対して、実際には不良品ではないにもかかわらず、誤って「不良品」と判定される製品の数 個である。したがって、10000 個の製品のうち、検査で「不良品」と判定される製品の数 個となる。

また、工場 B で製造される製品を 1 個無作為に選び、検査装置で調べたところ、「不良品」と判定されたとする。この製品が実際に不良品である確率は である。

〔2〕 工場 B で製造される 10000 個の製品に対して、すべてを検査する場合と、まったく検査をしない場合との、経済的損失の違いを比較する。ただし、ここでいう経済的損失とは、回収コストと機会損失コストと検査コストの合計額として定義する。すべてを検査する場合の経済的損失を計算すると、 円になる。まったく検査をしない場合と比較すると、経済的損失に 円の差が出る。

〔3〕 工場 A と工場 B で合計 10000 個の製品を製造するとき、不良品の合計数は、 x を使って 個と表すことができる。まったく検査をしない場合、〔2〕で定義した経済的損失が最小となるのは、 $x =$ のときである。すべてを検査する場合、経済的損失が最小となるのは、 $x =$ のときである。

Ⅲ $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。等式

$$x^2 + 2(\cos \theta - 1)x - \cos 2\theta + \sin \theta \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) + 2\sin \left(\frac{3}{2}\pi + \theta \right) = 0$$

……①

について、次の問いに答えよ。

〔1〕 $\theta = \pi$ のとき、①を満たす x を求めよ。

〔2〕 $F = -\cos 2\theta + \sin \theta \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) + 2\sin \left(\frac{3}{2}\pi + \theta \right)$ とおくとき、 F を $\cos \theta$ だけを用いて表せ。

〔3〕 ①を x の方程式とする。この方程式が実数解をもつとき、 θ の範囲を求めよ。

〔4〕 ①を θ の方程式とする。この方程式が異なる 4 つの解をもつとき、実数 x の範囲を求めよ。また、その 4 つの解を $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ とするとき、 $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4$ の値を求めよ。