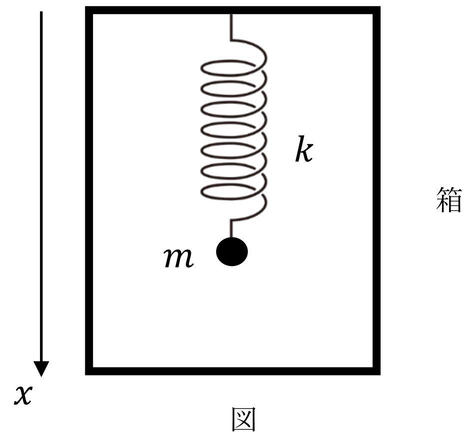
2024 年度一般編入学・転入学試験（理工学部 3 年次）
入学試験問題【物理学】

I. 図のように、ある慣性系に剛体の箱が置かれており、その中に質量 m の質点のおもりが、ばね定数 k の軽いばねでつるされている。鉛直下方を x 軸の正とする。箱とおもりは x 軸方向にのみ運動をできるものとし、おもりは箱にぶつからない範囲で運動するものとする。必要に応じて重力加速度の大きさ g を用いてもよい。また、空気抵抗は無視できるとする。なお、時刻 t のときに、箱の中にいる人が観測するおもりの変位を $u(t)$ とする（つり合いの位置における変位を 0 とする）。



図

(1) 剛体の箱を固定した（おもりが運動しても箱に変位は生じない）状態で、おもりを x 軸方向に引っ張って、そっと手を離した。おもりの運動方程式を求めなさい。

(2) このばねとおもりからなる系の固有振動の角振動数 ω_0 を求めなさい。

(3) 次に、時刻 $t=0$ で再びおもりを静止させた後、箱の固定を外し、外力を加えることによって、箱を x 軸方向に運動させた。時刻 t における箱の変位を $v(t)$ とするとき、時刻 t における箱の外にいる人が観測するおもりの変位を求めなさい（$t=0$ で箱が静止しているときのおもりの変位を 0 とする）。また、箱の外から見たおもりの運動方程式を求めなさい。

(4) $v(t) = A\sin\omega t$ と表されるように、箱を振幅 A、角振動数 ω、初期位相 0 で振動させたとき、$u(t) = B\sin(\omega t + \theta_0)$ と表すことができるとする。(3)で求めた運動方程式を用いて、B および θ_0 を求めなさい。ただし、文字定数としては $A,\ \omega,\ \omega_0$ のうち必要なものを用いなさい。

(5) 箱の振動の角振動数 ω が、ばねとおもりからなる系の固有振動の角振動数 ω_0 よりも十分に大きい場合と、十分に小さい場合について、箱の外から見たおもりの運動の様子をそれぞれ記述しなさい。

II. 真空中において、右手系をなす xyz-直交座標系を設定する。x 軸正方向の向きを持ち大きさ E_0 の一様な静電場がかかっているとする。xy 平面に着目し、以下の問に答えよ。ただし、真空の誘電率を ϵ_0 とする。

(1) 静電ポテンシャル（電位）ϕ を、極座標 (r, θ) $(x \equiv r\cos\theta,\ y \equiv r\sin\theta)$ の関数として求めよ。ただし、原点 $(r = 0)$ における ϕ の値をゼロとする。

以下では、上記の一様な静電場中に無限に長い半径 $R(>0)$ の円柱形の導体 (以下、「導体円柱」) を置いた場合を考察しよう。ただし、静電場中に置く以前に導体円柱は帯電していなかったとし、その中心軸は z 軸と一致しているとする。このとき十分な時間が経過すると、導体円柱の表面に電荷が誘起され、内部 $(0 \le r < R)$ の電場は相殺されてゼロとなる（静電誘導）。この状況において、以下の問に答えよ。

(2) 静電ポテンシャル ϕ は、導体円柱の表面 $r = R$ において連続でなければならない。その物理的な理由を考察し、簡潔に答えよ。

(3) 静電ポテンシャル ϕ を極座標 (r, θ) の関数として求めよ。（やはり原点 $(r = 0)$ における ϕ の値をゼロとする。）

(4) 導体円柱外部 $(r \ge R)$ の電場 $\boldsymbol{E}$ を極座標の基本ベクトル $\boldsymbol{e}_r \equiv (\cos\theta, \sin\theta)$, $\boldsymbol{e}_\theta \equiv (-\sin\theta, \cos\theta)$ を用いて $\boldsymbol{E} \equiv E_r \boldsymbol{e}_r + E_\theta \boldsymbol{e}_\theta$ と表すとき、各成分 $E_r,\ E_\theta$ を極座標 (r, θ) の関数として求めよ。

(5) 静電誘導によって導体円柱の表面 $(r = R)$ に誘起される電荷の面密度 σ を角度 θ の関数として求めよ。

なお、もし必要であれば、以下の数学的事実を導出なしに用いてもよい。

- 2 次元のラプラス方程式 $\Delta\phi = 0$ $(r \neq 0)$ の一般解：

$$\phi(r, \theta) = a + b\log r + \sum_{\ell=1}^{\infty} \left(A_\ell r^\ell + B_\ell r^{-\ell}\right)\left[C_\ell \cos(\ell\theta) + D_\ell \sin(\ell\theta)\right]$$

$(a,\ b,\ A_\ell,\ B_\ell,\ C_\ell,\ D_\ell\ :\ $任意定数$)$

- 極座標で表したナブラ ∇ の公式：

$$\nabla = \boldsymbol{e}_r \frac{\partial}{\partial r} + \boldsymbol{e}_\theta \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}$$