

2025 年度一般編入学・転入学試験（理工学部 3 年次）

I. xy -平面において、原点に固定された質量 M の質点から距離 r だけ離れた質量 m の質点が、大きさ $\frac{GMm}{r^2}$ の万有引力を受けて運動している。ここで、 G は万有引力定数である。極座標：

$$x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi, \quad (r > 0, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi)$$

を用いて次の問いに答えよ。ただし、時間微分を” $\dot{\quad}$ ” (dot)によって表すものとする。

1. 質点の角運動量 L を極座標 (r, φ) を用いて表せ。
2. 万有引力のもとでは、質点の角運動量 L は保存する。この事実を簡潔に示せ。
3. 距離が r の点における万有引力による位置エネルギー（ポテンシャルエネルギー） $U(r)$ を求めよ。ただし、無限遠をポテンシャルエネルギーの基準点とする。
4. 質点の力学的エネルギー E を極座標 (r, φ) を用いて表せ。
5. 「有効ポテンシャル」 $U_{\text{eff}}(r)$ を、

$$U_{\text{eff}}(r) = U(r) + \frac{L^2}{2mr^2}$$

と定義するき、質点の動径座標 r についての運動方程式が、

$$m\ddot{r} = -\frac{dU_{\text{eff}}(r)}{dr}$$

と書けることを示せ。力学的エネルギー保存則を利用せよ。

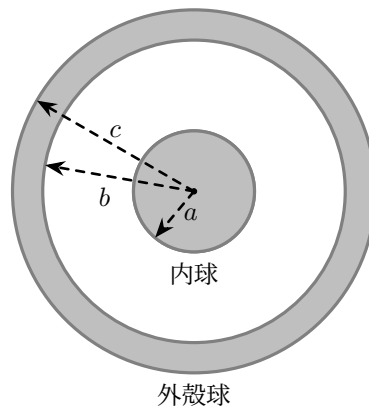
2025 年度一般編入学・転入学試験（理工学部 3 年次）

II. 以下の問題を解答せよ。物理量の単位は SI 単位系を用いるとする。真空の誘電率を ϵ_0 とする。導体は完全導体であるとし、導体が帯電した場合における同体表面の接触電位差は無視できるものとする。

図のように、半径 a の導体球（内球）と、それを覆う同心の導体球殻（外殻球）からなる導体系を考える。外殻球の内半径を b 、外半径を c とする。 $(a < b < c)$ 内球と外殻球の間の空間 $(a < r < b)$ および外殻球の外部の空間 $(b < r)$ は真空であるとする。

内球に Q_1 、外殻球に Q_2 の電気量の電荷を与えたとする。

1. 内球の電荷は内球のどの位置に存在するか。
2. 外殻球の電荷は外殻球のどの位置に存在するか。
3. 外殻球の外部空間において、球の中心から距離 r の位置での電場を求めよ。
4. 無限遠方 ($r \rightarrow \infty$) での電位を 0V とする。外殻球の外部の球の中心から距離 r の位置での電位を求めよ。
5. 内球と外殻球の間の空間において、球の中心から距離 r の位置での電場を求めよ。
6. 内球と外殻球の間の空間において、球の中心から距離 r の位置での電位を求め、内球の電位を求めよ。



図